Netikėti atsakymai į klausimus apie atomus

Julius Ruseckas

Vilniaus universiteto Teorinės fizikos ir astronomijos institutas

Rugpjūčio 5, 2011

Kvantinės optikos grupė

http://www.itpa.lt/quantumgroup/

Quantum Optics Group

at the Institute of Theoretical Physics and Astronomy, Vilnius University

- Main
- Members
- Research Area
- Collaboration
- Publications
- Media Coverage
- Links

The group is working on the theory of quantum optics at the Institute of Theoretical Physics and Astronomy of Vilnius University. Our main research interests are cold atomic gases, electromagnetically induced transparency, slow light, lefthanded light and effective gauge field theories.

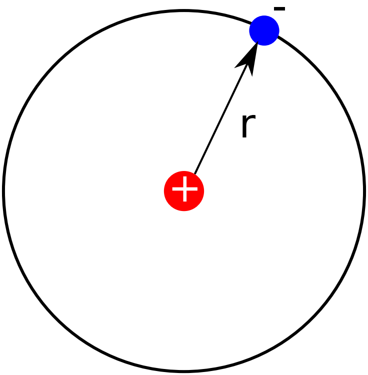
The Quantum Optics group is headed by Professor Gediminas Juzeliūnas.

From left to right: Viktoras Pyragas, Simonas Grubinskas, Razmik Unanyan (University of Kaiserslautern), Gediminas Juzelūnas, Julius Ruseckas, Viačeslav Kudriašov, Algirdas Mekys

All group photos

Kokio dydžio yra atomas?

Vandenilio atomas sudarytas iš dviejų elektros krūvį turinčių dalelių, protono ir elektrono.



Kaip atrodo elektronų judėjimas?

Video

Kokio dydžio yra atomas?

Elektronas turi bangų savybių.

Kokio dydžio yra atomas?

Elektronas turi bangų savybių.

de Broglie bangos ilgis

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

čia $h = 6.62606896(33) \times 10^{-34}\,\mathrm{J} \cdot \mathrm{s}$ yra Planck'o konstanta.

Kokio dydžio yra atomas?

Elektrono energija atome:

$$E = \frac{m_\mathrm{e} v^2}{2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}$$

Kintetinė energija

Potencinė energija

Kokio dydžio yra atomas?

Elektrono energija atome:

$$E = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}$$

Kintetinė energija

Potencinė energija

Išsireiškiame greitį:

$$E = \frac{h^2}{2m_e\lambda^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}$$

Kokio dydžio yra atomas?

Laikykime, kad

$$\lambda \sim 2\pi r$$

Kokio dydžio yra atomas?

Laikykime, kad

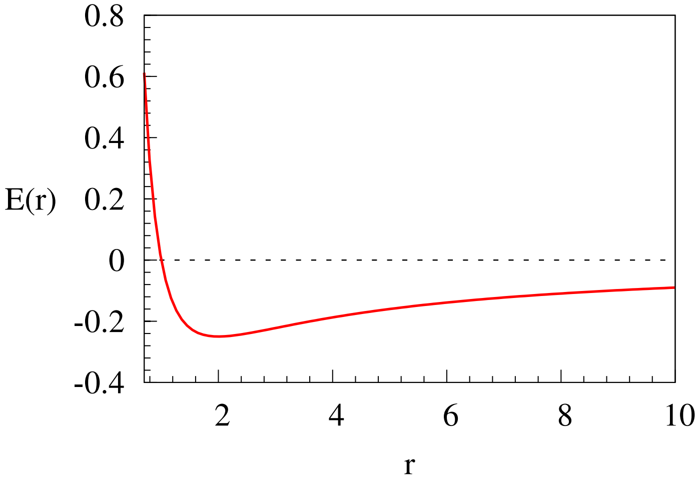
$$\lambda \sim 2\pi r$$

Tada

$$E = \frac{\hbar^2}{2 m_{\mathrm{e}} r^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

čia $\hbar = h/2\pi$

Kokio dydžio yra atomas?



$$E(r) = 1/r^2 - 1/r$$

Kokio dydžio yra atomas?

Ieškome energijos minimumo:

$$-\frac{\hbar^2}{m_\mathrm{e} r^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r} = 0$$

Konstantos

$$\hbar = 1.05 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\cdot s} \qquad e = 1.60 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$$
$$m_\mathrm{e} = 9.11 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg} \qquad \varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\,\mathrm{F/m}$$

Kokio dydžio yra atomas?

Ieškome energijos minimumo:

$$-\frac{\hbar^2}{m_\mathrm{e} r^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r} = 0$$

Konstantos

$$\hbar = 1.05 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\cdot s} \qquad e = 1.60 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$$

$$m_\mathrm{e} = 9.11 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg} \qquad \varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\,\mathrm{F/m}$$

Sprendinys

$$a_\mathrm{B} = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{e^2 m_\mathrm{e}} = 5.3 \times 10^{-11}\,\mathrm{m}$$

vadinamas Bohr'o radiusu

Kiek energijos reikia išmušti elektroną iš atomo?

Kiek energijos reikia išmušti elektroną iš atomo?

Jonizacijos energija

$$E_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{2a_\mathrm{B}} = 2.2 \times 10^{-18}\,\mathrm{J} = 13.6\,\mathrm{eV}$$

Kiek energijos reikia išmušti elektroną iš atomo?

Jonizacijos energija

$$E_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{2a_{\mathrm{B}}} = 2.2 \times 10^{-18}\,\mathrm{J} = 13.6\,\mathrm{eV}$$

Ar didelė energija yra $1\,\mathrm{eV}$?

- Šiluminė energija: $k_{\mathrm{B}}T = 1\,\mathrm{eV}$, $k_{\mathrm{B}} = 1.38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$

Kiek energijos reikia išmušti elektroną iš atomo?

Jonizacijos energija

$$E_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{2a_\mathrm{B}} = 2.2 \times 10^{-18}\,\mathrm{J} = 13.6\,\mathrm{eV}$$

Ar didelė energija yra $1\,\mathrm{eV}$?

- Šiluminė energija: $k_\mathrm{B} T = 1\,\mathrm{eV}$, $k_\mathrm{B} = 1.38 \times 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$
  $T \approx 10000\,\mathrm{K}$
- Šviesos energija: $h\nu = hc/\lambda$
  Žalios šviesos $\lambda = 500\,\mathrm{nm}$

Kiek energijos reikia išmušti elektroną iš atomo?

Jonizacijos energija

$$E_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{2a_\mathrm{B}} = 2.2\times 10^{-18}\,\mathrm{J} = 13.6\,\mathrm{eV}$$

Ar didelė energija yra 1 eV?

- Šiluminė energija: $k_\mathrm{B}T = 1\,\mathrm{eV}$, $k_\mathrm{B} = 1.38\times 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$
  $T \approx 10000\,\mathrm{K}$
- Šviesos energija: $h\nu = hc/\lambda$
  Žalios šviesos $\lambda = 500\,\mathrm{nm}$
  Gauname $h\nu = 2.5\,\mathrm{eV}$

Sukesni atomai

Atomas, kurio branduolio krūvis Ze, jonizuotas paliekant tik vieną elektroną.
Potencinė energija

$$-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r}$$

Sukesni atomai

Atomas, kurio branduolio krūvis *Ze*, jonizuotas paliekant tik vieną elektroną.
Potencinė energija

$$-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r}$$

Vidutinis elektrono atstumas iki branduolio

$$a_Z = \frac{a_{\mathrm{B}}}{Z}$$

Jonizacijos energija

$$E_Z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{2a_0} = Z^2 E_0$$

Sunkesni atomai

Klausimas

Kodėl sunkesniuose atomuose visi elektronai nesušoka į a_Z atstuma?

Atsakymas

Elektronai yra fermionai.
Fermionams draudžiama užimti tą pačią kvantinę būseną — Pauli draudimo principas.

Sunkesni atomai

Išoriniai elektronai.

Ekranavimas: atomų dydis yra maždaug toks pat $\sim 2a_{\mathrm{B}}$.

Kodėl atomai nepereina skersai vienas kito?

Kodėl atomai nepereina skersai vienas kito?

- Elektrostatinė stūma

Kodėl atomai nepereina skersai vienas kito?

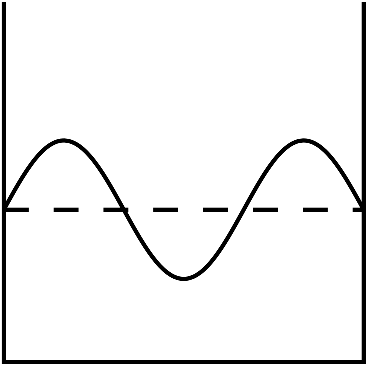
- Elektrostatinė stūma
- Pauli draudimo principas

Apie Pauli draudimo principą detaliau

Nepaisysime saveikos tarp elektronų. Iš pradžių nagrinėsime vienmatę sistemą. Tegu turime dėžę, kurios kraštinė *L*. Turi tilpti sveikas pusbangių skaičius:

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{L}{j}$$

kur *j* yra sveikas skaičius.



Apie Pauli draudimo principą detaliau

Bangos skaičius

$$k \equiv \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{L} j$$

Elektronai pildosi iki didžiausio skaičiaus j_{max}. Jį atitinka mažiausias bangos ilgis λ_{F} ir didžiausias bangos skaičius k_{F}.

Apie Pauli draudimo principą detaliau

Bangos skaičius

$$k \equiv \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{L} j$$

Elektronai pildosi iki didžiausio skaičiaus j_{max}. Jį atitinka mažiausias bangos ilgis λ_{F} ir didžiausias bangos skaičius k_{F}.
Elektronų skaičius

$$N = 2\, j_{\mathrm{max}} = 2k_{\mathrm{F}} \frac{L}{\pi}$$

dėl sukinio

Turime

$$k_{\mathrm{F}} = \frac{\pi}{2} n$$

kur $n = N/L$ yra linijinis elektronų tankis

Apie Pauli draudimo principą detaliau

Vidutinis atstumas tarp elektronų

$$a_{\mathrm{vid}} = \frac{L}{N} = \frac{1}{n}$$

todėl

$$k_{\mathrm{F}} \sim \frac{1}{a_{\mathrm{vid}}}$$

Apie Pauli draudimo principą detaliau

Vidutinis atstumas tarp elektronų

$$a_{\mathrm{vid}} = \frac{L}{N} = \frac{1}{n}$$

todėl

$$k_{\mathrm{F}} \sim \frac{1}{a_{\mathrm{vid}}}$$

Vidutinė elektrono kinetinė energija

$$\sim \frac{\hbar^2 k_{\mathrm{F}}^2}{2m_{\mathrm{e}}} \sim \frac{\hbar^2}{2m_{\mathrm{e}} a_{\mathrm{vid}}^2}$$

Mažėjant atstumui tarp elektronų jų kinetinė energija didėja!

Fermi dujos

Trimatėje erdvėje: elektronų skaičius yra

$$N = 2\ \frac{4}{3}\pi k_{\mathrm{F}}^3\ \frac{L^3}{(2\pi)^3}$$

dėl sukinio galimų k verčių rutulio tūris tūris $V = L^3$

Iš čia

$$k_{\mathrm{F}} = (3\pi^2 n)^{\frac{1}{3}}$$

Fermi energija:

$$E_{\mathrm{F}} = \frac{\hbar^2 k_{\mathrm{F}}^2}{2m_{\mathrm{e}}} = \frac{\hbar^2 (3\pi^2 n)^{\frac{2}{3}}}{2m_{\mathrm{e}}}$$

Elektronai metale

Pavyzdžiui: Na tankis $\rho = 968\,\mathrm{kg/m^3}$, atominė masė $A = 23$. Vienam atomui tenka vienas laisvas elektronas. Avogadro konstanta $N_{\mathrm{A}} = 6.022 \times 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1}$

Elektronai metale

Pavyzdžiui: Na tankis $\rho = 968\,\mathrm{kg/m^3}$, atominė masė $A = 23$. Vienam atomui tenka vienas laisvas elektronas. Avogadro konstanta $N_\mathrm{A} = 6.022 \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$

Elektronų tankis

$$n = \frac{\rho N_\mathrm{A}}{10^{-3} A} = 2.5 \times 10^{28}\,\mathrm{m^{-3}}$$

Elektronai metale

Pavyzdžiui: Na tankis $\rho = 968\,\mathrm{kg/m^3}$, atominė masė $A = 23$. Vienam atomui tenka vienas laisvas elektronas. Avogadro konstanta $N_\mathrm{A} = 6.022 \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$

Elektronų tankis

$$n = \frac{\rho N_\mathrm{A}}{10^{-3} A} = 2.5 \times 10^{28}\,\mathrm{m^{-3}}$$

Fermi energija

$$E_\mathrm{F} = \frac{\hbar^2 (3\pi^2 n)^{\frac{2}{3}}}{2 m_\mathrm{e}} = 5 \times 10^{-19}\,\mathrm{J} = 3\,\mathrm{eV}$$

Baltosios nykštukės

NGC 2440

Baltosios nykštukės

Gravitacinė potencinė energija

$$U \sim -\frac{GM^2}{R}$$

Gravitacinę trauką atsveria elektronų slėgis.

$$N\frac{\hbar^2}{m_{\mathrm{e}} a_{\mathrm{vid}}^2} \sim \frac{GM^2}{R}$$

kur N — elektronų skaičius, a_{vid} — vidutinis atstumas tarp elektronų.

Žvaigždės spindulys $R^3 \sim N a_{\mathrm{vid}}^3$. Masė $M \sim \frac{N}{N_{\mathrm{br}}} m_{\mathrm{br}}$

Baltosios nykštukės

Gravitacinė potencinė energija

$$U \sim -\frac{GM^2}{R}$$

Gravitacinę trauką atsveria elektronų slėgis.

$$N\frac{\hbar^2}{m_\mathrm{e} a_\mathrm{vid}^2} \sim \frac{GM^2}{R}$$

kur N — elektronų skaičius, a_vid — vidutinis atstumas tarp elektronų.

Žvaigždės spindulys $R^3 \sim N a_\mathrm{vid}^3$. Masė $M \sim \frac{N}{N_\mathrm{br}} m_\mathrm{br}$

Gauname:

$$R \sim \frac{\hbar^2 N_\mathrm{br}^{5/3}}{G m_\mathrm{e} m_\mathrm{br}^{5/3} M^{1/3}}$$

Kuo didesnė masė, tuo spindulys mažesnis!

Baltosios nykštukės

Pavyzdžiui: saulės masė $M_{\odot} \approx 2.0 \times 10^{30}\,\mathrm{kg}$. Būsimos baltosios nykštukės masė $M \approx 0.5 M_{\odot}$ Anglies atominė masė $A = 12$, elektronų kiekis $N_{\mathrm{br}} = 6$. Gravitacijos konstanta $G = 6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{m}^3\mathrm{kg}^{-1}\mathrm{s}^{-2}$.

Baltosios nykštukės

Pavyzdžiui: saulės masė $M_{\odot} \approx 2.0 \times 10^{30}\,\mathrm{kg}$. Būsimos baltosios nykštukės masė $M \approx 0.5 M_{\odot}$ Anglies atominė masė $A = 12$, elektronų kiekis $N_{\mathrm{br}} = 6$. Gravitacijos konstanta $G = 6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{m}^3\mathrm{kg}^{-1}\mathrm{s}^{-2}$.

Gauname

$$R \approx 2.5 \times 10^{6}\,\mathrm{m}$$

Palyginimui: Žemės spindulys $6.4 \times 10^{6}\,\mathrm{m}$

Baltosios nykštukės

Jei masė labai didelė: elektronų greitis pasidaro artimas šviesos greičiui. Reliatyvistiniams elektronams kinetinė energija

$$cp = c\hbar k$$

Palyginame su gravitacine energija:

$$N\frac{c\hbar}{a_{\mathrm{vid}}} \sim \frac{GM^2}{R}$$

Jei masė labai didelė: elektronų greitis pasidaro artimas šviesos greičiui. Reliatyvistiniams elektronams kinetinė energija

$$cp = c\hbar k$$

Palyginame su gravitacine energija:

$$N\frac{c\hbar}{a_{\mathrm{vid}}} \sim \frac{GM^2}{R}$$

Gauname:

$$M_{\mathrm{limit}} \sim \left(\frac{c\hbar}{G}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{N_{\mathrm{br}}}{m_{\mathrm{br}}}\right)^2$$

Chandrasekhar'o riba.

Baltosios nykštukės

Jei masė labai didelė: elektronų greitis pasidaro artimas šviesos greičiui. Reliatyvistiniams elektronams kinetinė energija

$$cp = c\hbar k$$

Palyginame su gravitacine energija:

$$N\frac{c\hbar}{a_{\mathrm{vid}}} \sim \frac{GM^2}{R}$$

Gauname:

$$M_{\mathrm{limit}} \sim \left(\frac{c\hbar}{G}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{N_{\mathrm{br}}}{m_{\mathrm{br}}}\right)^2$$

Chandrasekhar'o riba.
Suskaičiavus: $M_{\mathrm{limit}} \approx 9 \times 10^{29}\,\mathrm{kg} \approx 0.5M_{\odot}$. Tikroji vertė $\approx 1.4M_{\odot}$

Ačiū už dėmesį!